Non Compact Porterをもつ解析汎函数について : n次元の場合 (超函数と線型微分方程式 VI)

森本, 光生

数理解析研究所講究録
341巻 1978年 182-195

non compact porter をもつ解析汎函数について
(n次元の場合)

上智大 理工　森本光生

§1 定義.

$\mathbb{D}^n = \mathbb{R}^n \sqcup S_\infty^{n-1}$ とし，L を $\mathbb{D}^n \times i\mathbb{R}^n$ のコンパクト集合で，$L \cap \mathbb{C}^n$ が凸なるものとする。例えば，$\mathbb{R}^n$ の閉凸集合 A と $\mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合 K をとり，$L = \overline{A + iK}$ （バーは $\mathbb{D}^n$ における閉包）とおけば，この L は上の条件をみたす。

いま，

$$L_\varepsilon = \overline{L \cap \mathbb{C}^n + \{ z \in \mathbb{C}^n ; \|z\| \leq \varepsilon \}}$$

$\|z\|$ は $\mathbb{C}^n$ のあるノルム，とおく。

K' を $\mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合とし，

$$K'(\varepsilon') = K' + \{ x \in \mathbb{R}^n ; \|x\| \leq \varepsilon \}$$

$$H_{K'}(x) = \sup \{ \langle x, \eta \rangle ; \eta \in K' \}$$

とおく。

いま，整型函数の空間 $Q(L; K')$ を次のように定める：

$$Q(L; K') = \lim_{\substack{\varepsilon \downarrow 0 \\ \varepsilon' \downarrow 0}} \operatorname{ind} \, Q_b(L_\varepsilon ; K'(\varepsilon')),$$

$$Q_b(L_\varepsilon ; K'(\varepsilon')) = \{ f \in C(L_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n) \cap \mathcal{O}(\mathring{L}_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n);$$

$$\sup_{z \in L_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n} |f(z)| \exp(H_{K'}(x) + \varepsilon' \|x\|) < \infty \},$$

ここで，$z = x + iy$ とし，$C(X)$ はX上の連続函数の全体，$\mathcal{O}(X)$ はX上の整型函数の全体を表わす。

この小文では，$Q(L; K')$ 上の線型汎函数（Lに支台をもちK'に型をもつ解析汎函数）の Cauchy 変換，Fourier 変換について論じたい。Lが$\mathbb{C}^n$のコンパクト（凸）集合のときには，A. Martineau により論じられている。次元 $n = 1$ の時には，著者が[Tokyo J. Math vol 1]で研究を行った。

§2 Cauchy 変換

(10) L およびK'が直積型の場合には，1変数の場合に容易に帰着する。

$$L_j = ([a_j, b_j] \cap \mathbb{R}) + i [k_j, l_j], \quad i = \sqrt{-1}$$

$$-\infty \leq a_j \leq b_j \leq \infty, \quad -\infty < k_j \leq l_j < \infty, \quad j = 1, 2, \cdots, n;$$

$$K_j' = [k_j', l_j'], \quad -\infty < k_j' \leq l_j' < \infty,$$

$$j = 1, 2, \cdots, n$$

とし，

$$L = \overline{L_1 \times L_2 \times \cdots \times L_n}, \quad K' = K_1' \times K_2' \times \cdots \times K_n'$$

とおく. $\varepsilon>0$ に対し,

$$L_{j,\varepsilon}=([a_j-\varepsilon,\ b_j+\varepsilon]\cap\mathbb{R})+i[k_j-\varepsilon,\ l_j+\varepsilon]$$

とおく. ここで $-\infty-\varepsilon=-\infty$, $\infty+\varepsilon=\infty$ と規約する.

命題　$f\in Q(L;K')$ とすれば, ある $\varepsilon>0$ が存在して, $z\in \overset{\circ}{L}_\varepsilon\cap\mathbb{C}^n$ に対し, Cauchy の積分公式

$$f(z)=\left(\frac{1}{2\pi i}\right)^n\int_{\partial L_{1,\varepsilon}}\cdots\int_{\partial L_{n,\varepsilon}}\frac{f(w)\exp(-(w-z)^2)\,dw_1\cdots dw_n}{(w_1-z_1)(w_2-z_2)\cdots(w_n-z_n)}$$

が成り立つ. ただし, $(w-z)^2=(w_1-z_1)^2+\cdots+(w_n-z_n)^2$

定義　$T\in Q'(L;K')$ に対し,

$$\check{T}(w)=\left(\frac{-1}{2\pi i}\right)^n\left\langle T_z,\ \frac{\exp(-(w-z)^2)}{(w_1-z_1)(w_2-z_2)\cdots(w_n-z_n)}\right\rangle$$

により, $\mathbb{C}^n\# L\equiv(\mathbb{C}\setminus L_1)\times(\mathbb{C}\setminus L_2)\times\cdots\times(\mathbb{C}\setminus L_n)$ 上の整型函数を同伴させ, 解析汎函数 T の Cauchy 変換という。

いま, $r>\varepsilon>0$ に対し,

$$L_r\# L_\varepsilon=(L_{1,r}\setminus L_{1,\varepsilon})\times(L_{2,r}\setminus L_{2,\varepsilon})\times\cdots\times(L_{n,r}\setminus L_{n,\varepsilon})$$

とおき,

$$Rb(\overline{L_r\# L_\varepsilon};K'(\varepsilon'))=\{F\in C(\overline{L_r\# L_\varepsilon})\cap\mathcal{O}(\overset{\circ}{L}_r\# L_\varepsilon);$$

$$\sup_{w\in\overline{L_r\# L_\varepsilon}}|F(w)|\exp(-H_{K'}(u)-\varepsilon'|u|)<\infty\}$$

$|u|=|u_1|+\cdots+|u_n|$, $w=u+iv$,

$$R^L(\mathbb{C}^n \# L\,;\,K') = \varprojlim_{\substack{r>\varepsilon>0 \\ \varepsilon'>0}} R_\theta(\overline{L_r \# L_\varepsilon}\,;\,K'(\varepsilon'))$$

とする。さらに，

$$L_r \#_j L_\varepsilon = (L_{1,r} \setminus L_{1,\varepsilon}) \times \cdots \times \underset{\substack{\uparrow \\ j\text{番目}}}{L_{j,r}} \times \cdots \times (L_{n,r} \setminus L_{n,\varepsilon})$$

として，

$$R^L(\mathbb{C}^n \#_j L\,;\,K') = \varprojlim_{\substack{r>\varepsilon>0 \\ \varepsilon'>0}} R_\theta(L_r \#_j L_\varepsilon\,;\,K'(\varepsilon'))$$

とおく。$\mathcal{C}$で，$T \in Q'(L\,;\,K')$ に，$\check{T}$の $\sum_{j=1}^{n} R^L(\mathbb{C}^n \#_j L\,;\,K')$ クラスを対応させる写像（Cauchy 変換という）を表わせば，次の定理を得る。

定理　Cauchy 変換

$$\begin{array}{cccc} \mathcal{C}: & T_z & \longmapsto & \check{T}(w)\text{のクラス} \\ & \cap & & \\ & Q'(L;K') & \xrightarrow{\sim} & R^L(\mathbb{C}^n \# L;K') \Big/ \sum_{j=1}^{n} R^L(\mathbb{C}^n \#_j L\,;\,K') \end{array}$$

は線型位相同型である。この同型を与える $Q(L\,;\,K')$ と $R^L(\mathbb{C}^n \# L\,;\,K') \Big/ \sum_{j=1}^{n} R^L(\mathbb{C}^n \#_j L\,;\,K')$ の内積は，次式で与えられる：

$$\langle f,\ F \rangle = (-1)^n \int\cdots\int_{\partial L_{1,\varepsilon} \times \cdots \times \partial L_{n,\varepsilon}} f(z)\ F(z)\,dz_1\,dz_2 \cdots\cdots dz_n$$

(2°) $L\cap\mathbb{C}^n$がもう少し一般の形をした凸集合とする。すなわち，$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m, \ldots \in \mathbb{R}^n$とし，$L_1, L_2, \ldots, L_m, \ldots$を複素平面$\mathbb{C}$の中の閉凸集合で，虚の方向に有界であるものとする。すなわち $L_j \subset \{z;\ |\mathrm{Im}\, z| \leq {}^{\exists}M\}$.

$$L\cap\mathbb{C}^n = \bigcap_{j=1}^{\infty} (\xi_j)^{-1}(L_j)$$
$$= \{z\in\mathbb{C}^n;\ \xi_j(z)\in L_j,\ j=1,2\cdots\},$$

但し，$\xi_j(z) = \langle \xi_j, z\rangle$，とする。このとき，$f\in \mathcal{Q}(L;K')$に対しある$\varepsilon>0$が存在して，

$$f(z) = \left(\frac{1}{2\pi i}\right)^n \sum_{j_1,\ldots,j_n} \int_{\partial L_{j_1,\varepsilon}} \cdots\cdots \int_{\partial L_{j_n,\varepsilon}}$$

$$\frac{f(w)\exp(-(w-z)^2)}{\xi_{j_1}(w-z)\,\xi_{j_2}(w-z)\cdots\cdots\xi_{j_n}(w-z)}\, d\xi_{j_1}(w)\wedge\cdots\wedge d\xi_{j_n}(w)$$

が，$z\in L_\varepsilon\cap\mathbb{C}^n$に対して成り立つ（Cauchy-Weil の公式）。したがって，$\check{T}_{j_1,\ldots j_n}(w)$を$n$-形式として次のように定めれば，

$$\check{T}_{j_1,\ldots j_n}(w) = \left(\frac{-1}{2\pi i}\right)^n \left\langle T_z,\ \frac{\exp(-(w-z)^2)}{\xi_{j_1}(w-z)\cdots\ \xi_{j_n}(w-z)}\right\rangle \times$$

$$\times\, d\xi_{j_1}(w)\wedge\cdots\wedge d\xi_{j_n}(w),$$

$\check{T}_{j_1,\ldots,j_n}(w)$ は $\mathbb{C}^n\setminus L$ の開被覆

$$\mathcal{U} = \{\xi_j^{-1}(\mathbb{C}\setminus L_j)\ ;\ j=1,2,\ldots,m,\ldots\}$$

上の $n-1$ 次の余輪体を定め,

$$\langle T, f\rangle = (-1)^n \sum_{j_1,\cdots,j_n} \int_{\partial L_{j_1,\varepsilon}} \cdots \int_{\partial L_{j_n,\varepsilon}} f(z)\check{T}_{j_1\cdots j_n}(z)$$

なる反転公式が成立する。$\check{T}_{j_1\cdots j_n}(\omega)$ の増大度をきちんと表示することが,問題として残るが,(1°)と同様の結果が予想できる。

(3°) 再び L を(1°)の形とし,少し形の異なる Cauchy 変換を考える。すなわち,簡単のために A の形を限定して,

$$L \cap \mathbb{C}^n = A + iK$$

$$A = [a_1, \infty) \times [a_2, \infty) \times \cdots \times [a_n, \infty)$$

$$K = [k_1, l_1] \times [k_2, l_2] \times \cdots \times [k_n, l_n]$$

$$K' = [k_1', l_1'] \times [k_2', l_2'] \times \cdots \times [k_n', l_n']$$

$$-\infty < a_j < \infty, \ -\infty < k_j \le l_j < \infty, \ -\infty < k_j' \le l_j' < \infty$$

とする。$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \cdots, x_n \geq 0$ の時

$$H_{K'}(x) = l_1' x_1 + l_2' x_2 + \cdots + l_n' x_n$$

となるから,L が左側に有界なることより,

$$Q_b(L_\varepsilon; K'(\varepsilon')) = \{ f \in C(L_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n) \cap \mathcal{O}(\overset{\circ}{L}_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n);$$

$$\sup_{z \in L_\varepsilon \cap \mathbb{C}^n} |f(z)| \exp((l_1' + \varepsilon')x_1 + \cdots + (l_n' + \varepsilon')x_n) < \infty \}$$

となる。そこで,$T \in Q'(L; K')$ が与えられたとき,任意

の $\varepsilon'>0$ に対し，

$$\check{T}(\omega;\varepsilon') = \left(\frac{-1}{2\pi i}\right)^n \left\langle T_z, \frac{\exp((l_1'+\varepsilon')(\omega_1-z_1)+\cdots+(l_n'+\varepsilon')(\omega_n-z_n))}{(\omega_1-z_1)\cdots\cdots(\omega_n-z_n)}\right\rangle$$

とおくことができる。

いま，

$$R_\theta^L(\mathbb{C}^n \# L; K'(\varepsilon'))$$
$$= \lim_{r>\varepsilon>0} \mathrm{proj}\ R_\theta(\overline{L_r \# L_\varepsilon}; K'(\varepsilon'))$$

とおけば，$\varepsilon'>0$ を動かして得られる系 $[\check{T}(\omega;0)] = \{\check{T}(\omega;\varepsilon')\}_{\varepsilon'>0}$ は空間

$$(*)\quad \lim_{\varepsilon'>0} \mathrm{proj}\ \frac{R_\theta^L(\mathbb{C}^n \# L;\ K'(\varepsilon'))}{\sum_{j=1}^n R_\theta^L(\mathbb{C}^n \#_j L; K'(\varepsilon'))}$$

により，$T \longmapsto [\check{T}(\omega;0)]$ なる変換は，$Q'(L;K')$ と空間 (*) との間の同型を与える。これは，1 変数の場合の森本 [Tokyo J. Math] の結果と同様である。

§3. Fourier-(Borel) 変換

$T \in Q'(L;K')$ に対し，

$$\tilde{T}(\zeta) = \langle T_z,\ e^{-i\langle z,\zeta\rangle} \rangle \equiv (\mathfrak{F}T)(\zeta)$$

を同伴させ，T の Fourier-(Borel) 変換という。この § では，L を次の形とする:

$$L = \overline{A + iK},$$

A は $\mathbb{R}^n$ の 0 を頂点とする凸錐，

K は $\mathbb{R}^n$ のコンパクト凸集合.

さて，A の極集合 A° を

$$A^\circ = \{\eta \in \mathbb{R}^n ;\ \langle x, \eta\rangle < 0,\ {}^\forall x \in A\}$$

とおき，

$$A^\circ \ominus K' = \{\eta ;\ \eta + K' \subset A^\circ\}$$

とおる。次の補題は容易に示すことができる。

補題 $0 \in K' \Longrightarrow A^\circ \ominus K' \subset A^\circ$

$$\eta \in A^\circ \ominus K' \Longrightarrow \eta + A^\circ \subset A^\circ \ominus K'.$$

定義
$$h_L(\zeta) = \sup\{\mathrm{Im}\langle z, \zeta\rangle ;\ z \in L\}$$
$$= \sup\{\langle x, \eta\rangle + \langle y, \xi\rangle,\ x \in A,\ y \in K\}$$
$$= \begin{cases} \infty & \eta \notin \overline{A^\circ} \text{ のとき,} \\ H_K(\xi) & \eta \in \overline{A^\circ} \text{ のとき.} \end{cases}$$

定義 $\mathrm{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K') ; L)$

$$= \{F \in \mathcal{O}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K')) ;\ {}^\forall \varepsilon > 0,\ {}^\forall \varepsilon' > 0,\ {}^\exists C \geq 0$$
$$|F(\zeta)| \leq C \exp(h_L(\zeta) + \varepsilon|\zeta|)$$
$$\text{for } \zeta \in \mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'(\varepsilon'))\}.$$

さて，$T\in Q'(L;K')$が与えられたとしよう。$\forall\varepsilon>0$，$\forall\varepsilon'>0$に対し，Tは$Q_{\delta}(L_\varepsilon;K'(\varepsilon'))$上で連続であるから，ある$C\geqq0$と$C'\geqq0$が存在して次式が成立する：

① ------ $|\tilde{T}(\xi)|$

$$\leqq C\sup_{z\in L_\varepsilon}|e^{-i\langle z,\xi\rangle}|e^{H_{K'}(x)+\varepsilon\|x\|}$$

$$\leqq C'\sup_{z\in A(\varepsilon)+iK(\varepsilon)}e^{\langle x,\eta\rangle+\langle y,\xi\rangle+H_{K'}(x)+\varepsilon\|x\|}$$

$$=C'\sup_{x\in A(\varepsilon)}e^{\langle x,\eta\rangle+H_{K'}(x)+\varepsilon\|x\|}e^{H_K(\xi)+\varepsilon\|\xi\|}$$

さて，$\eta\in A^\circ\ominus K'\ominus B_\varepsilon$（$B_\varepsilon$は半径$\varepsilon$の超球），すなわち，$\eta+K'+B_\varepsilon\subset A^\circ$のとき，

$$\langle x,\eta\rangle+\langle k',x\rangle+\langle\varepsilon\frac{x}{\|x\|},x\rangle$$

$$=\langle x,\eta+k'+\varepsilon\frac{x}{\|x\|}\rangle\leqq0\quad,\ \forall k'\in K',\ x\in A.$$

故に，$\langle x,\eta\rangle+H_{K'}(x)+\varepsilon\|x\|\leqq0$がすべての$x\in A^\circ$と$\eta\in A^\circ\ominus K'\ominus B_\varepsilon$に対して成立する。したがって，$x\in A(\varepsilon)$ならば，$x=x_1+x_2$，$x_1\in A$，$\|x_2\|\leqq\varepsilon$と分解して，

$$\langle x,\eta\rangle+H_{K'}(x)+\varepsilon\|x\|$$

$$
\begin{aligned}
&< \{\langle x_1, \eta\rangle + H_{K'}(x) + \varepsilon\|x_1\|\} \\
&\quad + \{\langle x_2, \eta\rangle + H_{K'}(x_2) + \varepsilon\|x_2\|\} \\
&\leqq 0 + \varepsilon\|\eta\| + \mathrm{Const}.
\end{aligned}
$$

と評価できる。故に ① より，

$$|\tilde{T}(\zeta)| \leqq C_1 \, e^{H_K(\xi) + \varepsilon\|\xi\| + \varepsilon\|\eta\|}$$

がすべての $\eta \in A^\circ \ominus K' \ominus B_\varepsilon$ に対して成立する。これは，$\tilde{T}$ が $\mathrm{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L)$ に属することをいみする。

定理 Fourier 変換 $\mathcal{F}: T \longmapsto \tilde{T}$ は，次の空間の線型位相同型を与える：

$$\mathcal{F}: \ \mathcal{Q}'(L; K') \xrightarrow{\ \sim\ } \mathrm{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L).$$

証明の方針 Fourier 変換 $\mathcal{F}$ の逆写像を構成すればよい。簡単のために，

$$
\begin{aligned}
A &= [0, \infty) \times \cdots \times [0, \infty) \\
K' &= [k_1', l_1'] \times \cdots \times [k_n', l_n'] \\
A^\circ &= (-\infty, 0) \times \cdots \times (-\infty, 0) \\
A^\circ \ominus K' &= (-\infty, -l_1') \times \cdots \times (-\infty, -l_n')
\end{aligned}
$$

とする。$F \in \mathrm{Exp}(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K'); L)$ に対し，そのFourier-Laplace 変換を，

$$\mathcal{L}F(\omega)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n\int_{-\infty+i\eta_1^\circ}^{\infty+i\eta_1^\circ}\cdots\cdots\int_{-\infty+i\eta_n^\circ}^{\infty+i\eta_n^\circ}F(\zeta)\times$$

$$\times\ e^{i\langle\omega,\zeta\rangle}\,\Psi\left(-\frac{\zeta}{2}\right)d\zeta_1 d\zeta_2,\cdots d\zeta_n$$

とおく。但し，$\eta_j^\circ<-l_j$ ，$j=1,2,\cdots,n$ は任意に固定する。また，

$$\Psi(\zeta)=\psi(\zeta_1)\,\psi(\zeta_2)\cdots\cdots\psi(\zeta_n)$$

で，

$$\psi(\zeta_1)=\int_{\zeta_1}^{\infty}e^{-t^2}dt\equiv\int_0^\infty e^{-(\zeta_1+t)^2}dt$$

は誤差函数である。

$\mathcal{L}F(\omega)\in\mathcal{R}^L(\mathbb{C}^n\#L;K')$ が示せて，§2 (1°) で与えた $\mathcal{R}^L(\mathbb{C}^n\#L;K')$ と $Q(L;K')$ の内積により，$\mathcal{L}F$ は $Q'(L;K')$ の元を定める。この変換が Fourier 変換の逆になる。

(別法) Fourier変換の逆は，著者が [Tokyo J. Math] で行ったように，次の方法でも与えられる。

$F\in Exp(\mathbb{R}^n+i(A^\circ\ominus K');L)$ と $\varepsilon'>0$ に対し，

$$\hat{F}(\omega;\varepsilon')=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^n\int_{-i(l_1'+\varepsilon')}^{\infty}\cdots\cdots\int_{i(l_n'+\varepsilon')}^{\infty}F(\zeta)\times$$

$$\times\ e^{i\langle\omega,\zeta\rangle}d\zeta_1 d\zeta_2\cdots d\zeta_n$$

とする。積分路を $\mathbb{R}^n+i(A^\circ\ominus K')$ の中で動かすと，$\hat{F}(\omega;\varepsilon')$

が$\mathbb{C}^n \# L$まで解析接続できる。そして，$\varepsilon' > 0$を動かすと，§2，(3°)の空間(*)の元を与えることがわかり，それがFourier変換の逆になる。

§4 Avanissian-Gay変換

Lが§2 (3°)で考えた時は，森本・吉野[Hokkaido Math. J]で考えたAvanissian-Gay変換がそのまま拡張できる。但し，各L_jの幅$l_j - k_j < 2\pi$とし，増大度を与えるl_j'は，$l_j' < 1$なる条件をみたすとする。このとき，$T \in \mathcal{Q}'(L; K')$に対し，

$$\check{T}_\pi(w) \equiv \left\langle T_z, \frac{1}{(1-\exp(z_1-w_1))\cdots(1-\exp(z_n-w_n))} \right\rangle$$

とおく。下つきのπは，$\check{T}_\pi$が周期(period)$(2\pi i, 2\pi i, \cdots, 2\pi i)$を持つことを表わす。また，$\mathrm{Re}\, w_1 \to -\infty, \cdots, \mathrm{Re}\, w_n \to -\infty$のとき$|\check{T}_\pi(w)| \to 0$となる。いま，$R^L_{0,\pi}(\mathbb{C}^n \# L; K')$で$R^L(\mathbb{C}^n \# L; K')$の部分空間で，周期$(2\pi i, 2\pi i, \cdots, 2\pi i)$をもち，$\mathrm{Re}\, w_1 \to -\infty, \cdots, \mathrm{Re}\, w_n \to -\infty$のとき$0$になるものの全体を表わせば次の定理が成り立つ：

<u>定理</u>　Tに$\check{T}_\pi$を対応させる対応(Avanissian-Gay変

換）は，線形位相空間の同型である．

$$\begin{array}{ccc} T & \longmapsto & \check{T}_\pi \\ \cap & & \cap \\ Q'(L;K') & \xrightarrow{\sim} & R^L_{0,\pi}(\mathbb{C}^n\# L;K'). \end{array}$$

さて，$\mathbb{N}_+ = \{1, 2, \cdots\}$ とすれば，$|t_j| \gg 1$ のとき，

$$(1-t_1 e^{z_1})^{-1}(1-t_2 e^{z_2})^{-1}\cdots(1-t_n e^{z_n})^{-1}$$

$$= \sum_{\alpha\in\mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha} e^{-\langle z,\alpha\rangle}$$

と展開できる。したがって，$|t_j| \gg 1$ のとき，

$$\check{T}_\pi(-\log t_1, \cdots, -\log t_n)$$

$$= \left\langle T_z, \frac{1}{(1-t_1 e^{z_1})\cdots(1-t_n e^{z_n})} \right\rangle$$

$$= \sum_{\alpha\in\mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha} \langle T_z, e^{-i\langle z, -i\alpha\rangle} \rangle$$

$$= \sum_{\alpha\in\mathbb{N}_+^n} t^{-\alpha}\, \tilde{T}(-i\alpha)$$

と展開できる．但し，

$$\tilde{T}(\xi) = \langle T_z, e^{-i\langle z,\xi\rangle} \rangle$$

は，前§で扱ったFourier変換である。Fourier変換の同型性を用いれば，森本－吉野［Hokkaido Math. J］の結果

をn次元に拡張することができる（前回の共同研究集会の報告も参照）

例えば、次が成立する．

定理　$L = A + iK$, K'をこの§のはじめに述べた通りとする．$F \in Exp(\mathbb{R}^n + i(A^\circ \ominus K') ; K)$ が，条件

$$F(-i) = F(-2i) = F(-3i) = \cdots = F(-mi) = \cdots = 0$$

をみたせば，$F \equiv 0$ である。

— 以上 —